

Vermenigvuldigen en delen

Bij vermenigvuldigen en delen is de zwakste schakel het getal met de grootste *relatieve* fout. Dat is het getal met het kleinste aantal *significante* cijfers. Bij een getal in wetenschappelijke notatie is dat het aantal cijfers van het decimale gedeelte. Voorbeelden:

$9,10939 \cdot 10^{-31}$ kg heeft 6 significante cijfers (Binas-waarde van de massa van een elektron)

74,020 m heeft 5 significante cijfers (ook te schrijven als $7,4020 \cdot 10^1$ m)

0,0043 A heeft 2 significante cijfers (ook te schrijven als $4,3 \cdot 10^{-3}$ A)

Het derde voorbeeld maakt duidelijk dat nullen vooraf niet meetellen. Dat zou ook niet acceptabel zijn. Als we bijvoorbeeld 5,4 mm schrijven als 0,0054 m moet het aantal significante cijfers even groot blijven; de relatieve fout van de meting wordt niet anders als we overstappen op een andere eenheid.

De afrondregel is nu als volgt:

Bij vermenigvuldigen en delen geef je het resultaat in het aantal significante cijfers van het gegeven met het kleinste aantal significante cijfers.

Voorbeeld: Bereken de oppervlakte van een rechthoek van 5,4 bij 3,0662 mm. Je rekenmachine geeft $5,4 \cdot 3,0662 = 16,55748$. De zwakste schakel is 5,4 met twee significante cijfers. De oppervlakte is dus 17 mm^2 .

Overige bewerkingen

Bij alle overige bewerkingen (worteltrekken, sinus, logaritme e.d.) nemen we aan dat het aantal significante cijfers niet verandert (dus bijvoorbeeld $\sqrt{21,5} = 4,64$). Bij sommige bewerkingen is dat ook altijd correct, bij andere soms niet. Dat is dan jammer. Een uitgebreide foutenanalyse is mogelijk maar valt buiten de stof.

Opmerkingen

1. Bij natuur- en scheikunde geven we antwoorden altijd in decimale weergave; we laten breuken, wortels en π dus niet staan. Niet $\frac{1}{3}$ m, maar bijvoorbeeld 0,33 m. Niet 10π kg, maar 31 kg.
2. Exacte getallen spelen bij de bepaling van het aantal significante cijfers geen rol. Voorbeeld. De omtrek van een cirkel met straal r gelijk aan $2\pi r$. De 2 en de π zijn geen gemeten waarden, maar exacte getallen die deel uitmaken van een formule. Meet je dus de straal r in drie significante cijfers, dan heb je de omtrek ook in drie significante cijfers.
3. Er zijn natuurkundige grootheden die we niet meten, maar gebruiken om bepaalde eenheden te definiëren. Een voorbeeld is de lichtsnelheid. Die is per definitie 299792458 m/s . Dat is dus een exacte waarde.
4. Noteer ook tussenresultaten in het correcte aantal significante cijfers. Het is wel toegestaan – en ook het beste – om door te rekenen met de niet-afgeronde tussenresultaten. Sla ze desgewenst op in een geheugen van je rekenmachine.
5. We schrijven $\sqrt{21,5} = 4,64$ en niet $\sqrt{21,5} \approx 4,64$. Zodra we een decimaal getal zien staan weten we dat het ook een afgerond getal is, en dan heeft een onderscheid tussen exacte waarden en benaderingen geen betekenis. Alleen als we van exact naar niet-exact gaan (zoals bij $\sqrt{2} \approx 1,41$) gebruiken we het \approx -teken.

Eenheden

Er zijn zeven basiseenheden van het SI, namelijk meter (m), kilogram (kg), seconde (s), ampère (A), kelvin (K), mol en candela (cd). Je kunt ze vinden in Binas tabel 3. Elke andere eenheid kan worden uitgedrukt in de basiseenheden. Voorbeelden: $[v] = \text{m/s}$, $[\rho] = \text{kg/m}^3$. Vaak worden bepaalde afkortingen gebruikt voor de eenheden van gangbare grootheden; zo wordt de eenheid van kracht, $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$, meestal afgekort tot N.

Opmerkingen

- De basiseenheid van massa is kg, niet g. Dat is enigszins onlogisch, maar zo is de afspraak nu eenmaal.
- We korten seconde af tot s. Je ziet vaak sec, maar dat is niet correct.
- Eenheden die genoemd zijn naar een persoon schrijf je voluit met een kleine letter (ampère, joule, newton), en afgekort met een hoofdletter (A, J, N). Alle andere eenheden schrijf je zowel voluit als afgekort met een kleine letter. De enige uitzondering is de liter. Die mag zowel met l als met L worden afgekort. Het is meestal handiger om de liter helemaal te vermijden (dat kan altijd: 1 liter = 1 dm³).

Voorvoegsels

Je vindt de voorvoegsels (centi, kilo, mega, etc.) in Binas tabel 2. De meest extreme kom je niet vaak tegen, maar zorg ervoor dat je alles van femto (10⁻¹⁵) tot en met peta (10¹⁵) uit je hoofd kent.

Opmerkingen

- Gebruik liever geen centi, deci, deka en hecto, want die maken geen deel uit van het SI.
- Gebruik niet een wetenschappelijke notatie én een voorvoegsel, behalve bij kg. Schrijf dus bijvoorbeeld niet 4,7 · 10³ kΩ, maar maak een keuze tussen 4,7 · 10⁶ Ω en 4,7 MΩ.

Opgaven

De opgaven zijn ook bedoeld om de formules van vwo3 te herhalen:

- Lenssterkte $S = \frac{1}{f}$ (de eenheid van S is $\frac{1}{\text{m}}$, ofwel dioptrie, ofwel dpt)
- Lenzenformule: $\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$
- Wet van Snellius: $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$
- Definitie gemiddelde snelheid: $v_{\text{gem}} = \frac{\text{afgelegde afstand}}{\text{benodigde tijd}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- Definitie gemiddelde versnelling: $a_{\text{gem}} = \frac{\text{snelheidsverandering}}{\text{benodigde tijd}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- Definitie weerstand: $R = \frac{U}{I}$
- Vervangingsweerstand van twee weerstanden in serie: $R_v = R_1 + R_2$
- Vervangingsweerstand van twee weerstanden parallel: $\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Definitie frequentie: $f = \frac{1}{T}$ (T is de periode, bijvoorbeeld een trillingstijd of een omlooptijd)
- Definitie gemiddelde vermogen: $P_{\text{gem}} = \frac{\text{omgezette energie}}{\text{benodigde tijd}} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$
- Elektrisch vermogen: $P = U \cdot I$
- Definitie rendement: $\eta = \frac{\text{nuttige energie}}{\text{omgezette energie}} (\cdot 100\%)$ of $\eta = \frac{\text{nuttige vermogen}}{\text{omgezette vermogen}} (\cdot 100\%)$
- Definitie dichtheid: $\rho = \frac{m}{V}$
- Definitie druk: $p = \frac{F}{A}$
- Zwaartekracht op een voorwerp: $F_z = m \cdot g$ met $g = 9,81 \text{ N/kg}$

Al deze formules worden in de bovenbouw te zijner tijd nogmaals behandeld.

Opgave 10

Over een draad staat een spanning van 6,00 V. De weerstand van de draad is 20 kΩ. Bereken de stroomsterkte door de draad.

Opgave 11

Een gele lichtstraal valt vanuit lucht op ijs. De hoek van inval is 32°.

- Zoek in Binas de brekingsindices van lucht en ijs voor geel licht op.
- Bereken de hoek van breking.

Opgave 12

Een stalen kogeltje heeft een diameter van 8,0 mm.

- Bereken het volume.
- Bereken de massa.

Opgave 13

Een waterkoker heeft een vermogen van 2,0 kW. De netspanning bedraagt 230 V.

- Bereken de stroomsterkte (als de waterkoker aanstaat).
- Bereken het rendement.
- Bereken de energie die de waterkoker in 90 s omzet.

Opgave 14

- Bereken de zwaartekracht op een gnoe met een massa van 240 kg.
- Bereken de kracht die de luchtdruk uitoefent op een tafelblad van 70 bij 120 cm. Ga uit van de standaarddruk (zie Binas tabel 7).
- Vergelijk de antwoorden op vraag a) en b).

Opgave 15

Een weerstand R_1 van 1,942 Ω en een weerstand R_2 van 7,3 kΩ worden parallel geschakeld. Bereken in het juiste aantal significante cijfers:

- a) $\frac{1}{R_1}$ b) $\frac{1}{R_2}$ c) $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ d) R_v

Opgave 16

Een dia wordt met een lens met een brandpuntsafstand van 0,12 m scherp afgebeeld op een scherm. De afstand van de dia tot de lens is 0,13 m.

- Bereken de afstand van de lens tot het scherm.
- De gegevens zijn in cm nauwkeurig bekend, de uitkomst in ...
- De gegevens zijn in 2 significante cijfers bekend, de uitkomst in ...

Of je nu kijkt naar de absolute fout of de relatieve fout (het aantal significante cijfers), de uitkomst is minder nauwkeurig dan de gegevens.

- Leg uit hoe het verlies in nauwkeurigheid ontstaat.

Opgave 1

- a) $12,9 - 8,765 = 4,1$ d) $(4 + 0,4)(6 + 0,9) = 4 \cdot 7 = 3 \cdot 10^1$
b) $2,773 \cdot 0,00366 = 0,0101$ e) $0,129 \cdot 10^4 + 3,4 \cdot 10^2 = 12,9 \cdot 10^2 + 3,4 \cdot 10^2 = 16,3 \cdot 10^2$
c) $\frac{2,235}{88,888} = 0,02514$ f) $\frac{1,15 \cdot 10^2}{0,13 \cdot 10^{-4}} = 8,8 \cdot 10^6$

Opgave 2

- a) $24 \text{ m}^2 \cdot 20 \text{ dm} = 24 \text{ m}^2 \cdot 2,0 \text{ m} = 48 \text{ m}^3$
b) $3,375 \text{ mA} + 3,8 \mu\text{A} = 3,375 \text{ mA} + 0,0038 \text{ mA} = 3,379 \text{ mA}$
c) $\frac{9,2 \text{ m}^3}{0,764 \text{ m}} = 12 \text{ m}^2$
d) $6,0 \text{ m} \cdot (2,4 \text{ m} + 0,53 \text{ m}) = 6,0 \text{ m} \cdot 2,9 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$ (17 m² ook goed)
e) $0,251 \text{ N} / 5,0 \text{ mm} = 0,251 \text{ N} / 0,0050 \text{ m} = 50 \text{ N/m}$
f) $\frac{6,43 \text{ km}}{4,8 \text{ min}} = \frac{6,43 \cdot 10^3 \text{ m}}{4,8 \cdot 60 \text{ s}} = 22 \text{ m/s}$

Opgave 3

- a) absolute fout = $0,001 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
b) relatieve fout = $\frac{0,001 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}} = 0,0005$, procentuele fout = $\frac{0,001 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}} \cdot 100\% = 0,05\%$
c) De relatieve fout is de verhouding van twee grootheden met dezelfde eenheid (kg in dit geval). De eenheden vallen dus tegen elkaar weg.
d) Brekingsindex, rendement

Opgave 4

$$S = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,20 \text{ m}} = 5,0 \text{ dpt}$$

Opgave 5

$$R_v = R_1 + R_2 = 0,372 \text{ k}\Omega + 7,6 \text{ k}\Omega = 8,0 \text{ k}\Omega$$

Opgave 6

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 343 \cdot 6 = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Opgave 7

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100/3,6}{4,0} = 6,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Opgave 8

- a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,00820} = 122 \text{ Hz}$
b) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500} = 0,00200 \text{ s}$

Opgave 9

a) omtrek = $2\pi r = 2\pi \cdot 7,777 \text{ mm} = 48,86 \text{ mm}$

b) $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{2,9}{\pi}} = 0,96 \text{ m}$

Opgave 10

$$I = \frac{U}{R} = \frac{6,00}{20 \cdot 10^3} = 0,00030 \text{ A}$$

Opgave 11

a) $n_{\text{lucht}} = 1,00029$ $n_{\text{ijs}} = 1,309$

b) $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_{\text{ijs}}}{n_{\text{lucht}}}$

$$\frac{\sin 32^\circ}{\sin r} = \frac{1,309}{1,00029}$$

$$r = 24^\circ$$

Opgave 12

a) $r = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 8,0 \text{ mm} = 4,0 \text{ mm} = 0,0040 \text{ m}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,0040^3 = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

b) $m = \rho \cdot V = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 = 0,0021 \text{ kg}$

Opgave 13

a) $I = \frac{P}{U} = \frac{2,0 \cdot 10^3}{230} = 8,7 \text{ A}$

b) $\eta = \frac{\text{nuttige energie}}{\text{omgezte energie}} \cdot 100\% = \frac{\text{warmte}}{\text{elektrische energie}} \cdot 100\% = 100\%$

want alle elektrische energie wordt omgezet in warmte.

c) $E = P \cdot t = 2,0 \cdot 10^3 \cdot 90 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ J}$

Opgave 14

a) $F_z = m \cdot g = 240 \cdot 9,81 = 2,35 \text{ kN}$

b) $F = p \cdot A = 101325 \cdot 0,70 \cdot 1,20 = 85 \text{ kN}$

c) Het antwoord van b) is veel groter dan dat van a). Het is net alsof er $85/2,35 = 36$ gnoes op de tafel staan. De luchtdruk oefent krachten uit die veel groter zijn dan je misschien zou denken.

Opgave 15

a) $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{1,942 \Omega} = 0,5149 \Omega^{-1}$

b) $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{7,3 \cdot 10^3 \Omega} = 0,00014 \Omega^{-1}$

c) $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0,5149 + 0,00014 = 0,5151 \Omega^{-1}$ (0,5150 is ook goed)

d) $R_v = \frac{1}{0,5151} = 1,941 \Omega$ (1,942 is ook goed)

Opgave 16

a) $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{v} = \frac{1}{0,12} - \frac{1}{0,13} = 8,3 - 7,7 = 0,6 \text{ m}^{-1}$

$b = 2 \text{ m}$

- b) De gegevens zijn in cm nauwkeurig bekend, de uitkomst in m.
- c) De gegevens zijn in 2 significante cijfers bekend, de uitkomst in 1.
- d) Bij het aftrekken van twee ongeveer even grote getallen wordt het resultaat klein, maar de absolute fout blijft even groot. Daardoor krijg je een grote relatieve fout.